

## Ableitungen – einfache Anwendungen

1. gegeben:  $f_a(x) = \ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)$ ;  $a \in \mathbb{R}, a > 0$

gesucht: DB;  $f'_a(x), f''(x)$ ; Nullstellen

2. gegeben:  $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot x \cdot \sqrt{a-x}$ ;  $a \in \mathbb{R}, a > 0$

gesucht: DB,  $f'_a(x)$ , Ortskurve der Punkte mit waagerechter Tangente

3. gegeben:  $f(x) = \frac{9-x^2}{x^2-3}$

gesucht: DB, Nullstellen,  $f'(x), f''(x), f'''(x)$ , Asymptoten

4. gegeben:  $f_t(x) = \left(x + \frac{1}{t}\right) \cdot e^{-tx}$   $t \neq 0$

gesucht:  $f'_t(x), f''_t(x)$

5. gegeben:  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}$

gesucht: DB,  $f'(x)$

6. gegeben:  $f_k(x) = (\ln x)^2 - k \ln x + 0,75$

gesucht.: alle Punkte mit waagerechter Tangente

Lösungen: DB:  $\{x \in \mathbb{R}; -a < x < a\}$   $x_0 = 0$ ,  $f'_a(x) = \frac{2a}{a^2-x^2}$   $f''_a(x) = \frac{4ax}{(a^2-x^2)^2}$

$$0 \leq x \leq a, \quad f'_a(x) = \frac{2a-3x}{2a\sqrt{a-x}} \quad x = \frac{2a}{3} \quad y = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{a}{3}} \quad \rightarrow y = \frac{1}{3}\sqrt{2x}$$

$$|x| = \sqrt{3}; y = -1$$

$$x \in \mathbb{R}, |x| \neq \sqrt{3}; |x| = 3 \quad f'(x) = -12 \frac{x}{(x^2-3)^2} \quad f''(x) = 36 \frac{x^2-1}{(x^2-3)^3} \quad f'''(x) = 288 \frac{-x^3+3}{(x^2-3)^4}$$

$$f'_t(x) = -t \cdot e^{-tx} \cdot x \quad f''_t(x) = t \cdot e^{-tx}(tx-1) \quad \{x, x > -1\} \quad f'(x) = \frac{4x+x^4}{2\sqrt{(1+x^3)^2}}$$

$$f'_k(x) = \frac{1}{x} \cdot (2 \ln x - k) \quad P \left( e^{\frac{1}{2}k} / \frac{3}{4} - \frac{1}{4}k^2 \right)$$