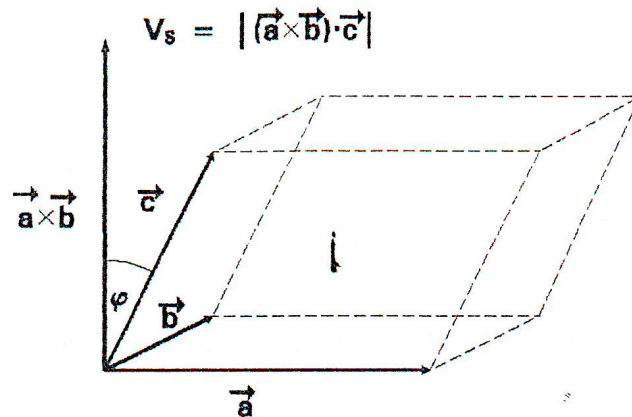


8.2 Das Spatprodukt



$$V = G \cdot h = |\vec{a} \times \vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \angle(\vec{a} \times \vec{b}, \vec{c}) = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$$

Definition :

Unter dem **Spatprodukt** dreier Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} versteht man die reelle Zahl

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

Ihr Betrag ist gleich dem Volumen des von \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aufgespannten Spats.

Bzgl. einer ONB gilt :

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Folgerung : Für das Volumen eines von den Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aufgespannten Tetraeders gilt

$$V = \frac{1}{6} |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$$

Beispiel : Welches Volumen hat der Tetraeder ABCD mit

$$A(1 \mid 1 \mid 1), B(2 \mid 3 \mid 3), C(4 \mid 5 \mid -1) \text{ und } D(6 \mid 3 \mid 3) ?$$