Berechnungen von Laplace – Wahrscheinlichkeiten (1)

Aufgaben:

A1:Ein L – Würfel wird dreimal geworfen. Mit welcher WK sind alle drei Augenzahlen Ereignis A: verschieden
B: gleich

L: $|A| = 6 \cdot 5 \cdot 4$ $|B| = 6 \cdot 1 \cdot 1$ $|\Omega| = 6 \cdot 6 \cdot 6$ → P(A)= $\frac{5}{9}$ $P(B) = \frac{1}{36}$

A2: Aus einer Menge $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ werden drei Ziffern ausgewählt.
Mit welcher WK sind alle Ziffern größer als 5, wenn keine Ziffer mehrmals auftreten

L: (Ziehen auf einem Griff) → $|\Omega| = \binom{9}{3}$ $|A| = \binom{4}{3} = \binom{4}{1}$ $P(A) = \frac{1}{21} \approx 0{,}0476$

A3: Bei einer Großveranstaltung werden 5 Personen rein zufällig ausgewählt.
Mit welcher WK haben sie an unterschiedlichen Wochentagen Geburtstag?

L: $|\Omega| = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$ $|A| = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$ $P(A) \approx 0{,}1499$

A4: Vergleiche die WK, dass beim viermaligen Werfen eines Würfels mindestens eine Sechs auftritt mit der WK, dass beim 24 – maligen Werfen von 2 Würfeln mindestens eine Doppelsechs auftritt.
L: **es gilt immer: P(mindestens ein ……) = 1 – P(kein …..)**

A: viermal würfeln, mindestens eine Sechs $\bar{A}$: viermal würfeln keine Sechs P(A)= 1 - $\left(\frac{5}{6}\right)^4$ = 0,5177

B: 24 – mal würfeln, mindestens eine Doppelsechs $\bar{B}$: 24 –mal würfeln keine Doppelsechs

P(B)= 1 – P(keine Doppelsechs…..) = 1 - $\left(\frac{35}{36}\right)^{24}$ = 0,4912

A5: Ein idealer Würfel wird zehnmal geworfen.

a) Wie groß ist die WK, dass mindestens eine Sechs erscheint.
b) **Wie oft muss ein idealer Würfel mindestens geworfen werden, damit mit einer WK von mehr als 90% wenigstens einmal eine Sechs erscheint?**

L: a) P(mindestens eine Sechs bei 10 Würfen) = 1 – P(keine 6 bei 10 Würfen)

$$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{10} = 0{,}83849$$

(b) P(mindestens eine 6 bei n Würfen) = 1 – P(keine 6 bei n – Würfen) > 0,9

$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > 0{,}9$ → $0{,}1 > \left(\frac{5}{6}\right)^n$ → n > 13

A6: Aus den Ziffern 2; 4; 6; 8 werden vierstellige Zahlen gebildet, in denen die Ziffern beliebig oft auftreten können.
Mit welcher WK ist die Zahl kleiner als 5000?

L: $|\Omega| = 4^4$ $|A| = 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ $P(A) = 0{,}5$

A7: In einem Kurs von 24 Schülern (10 Mädchen / 14 Jungen) werden die beiden Kurssprecher zufällig gewählt.
Mit welcher WK ist:
A: der erste Kurssprecher (Vorsitzender) B: einer der Kurssprecher C: keiner der Kurssprecher ein Junge?

L: $|\Omega| = 24 \cdot 23$ $|A| = 14 \cdot 23$ $P(A) = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$

B: entweder der erste oder der zweite Kurssprecher ist ein Junge

$|B| = 14 \cdot 10 + 10 \cdot 14 = 2 \cdot 10 \cdot 14$ P(B)=0,50725

$|C| = 10 \cdot 9$ → P (C) =0,1630

A8: Unter den 15 Kugeln einer Urne befinden sich 8 rote. Es wird eine Kugel ohne ZL gezogen, die Farbe festgestellt, aber nicht mitgeteilt.
Wie groß ist die WK, beim 2.Zug eine rote zu erhalten.

L: Baum → P(rot im zweiten Zug)= $\frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} + \frac{7}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{8}{15}$

(Bei der folgenden Aufgabe sollte man sich die Problematik aufzeichnen, Aufgabe ist zum Überlegen geeignet!)

A9: Eine Firma der Polstermöbelindustrie bringt fünf neue Sesselmodelle S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 auf der Hausmesse zur Ausstellung. Vom Modell S_1 wird einer, von S_2 – S_5 werden jeweils zwei gleichartige Sessel in einer Reihe nebeneinander gestellt.

a) Auf wie viele verschiedene Arten können die Sessel nebeneinander stehen?
b) Mit welcher WK steht S_1 unmittelbar zwischen den beiden Sesseln S_2?
c) Mit welcher WK steht S_1 in der Mitte der Reihe?

L: a) $\frac{9!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!} = \binom{9}{1}\cdot\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{2} = 22680 \rightarrow |\Omega|$

b) $S_2S_1S_2^*$ …7 Plätze … $\rightarrow |A| = 7\cdot\frac{6!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 7\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{2} = 630$

$P(A) = \frac{630}{22680} \approx 0{,}02778$

c) S_1 auf Platz 5 $\rightarrow |B| = \frac{8!}{2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!} = \binom{8}{2}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{2}\binom{2}{2} = 2520$ $P(B) = \frac{2520}{22680} \approx 0{,}1111$