

## Extremwertprobleme/Anwendungen

1. Du entwirfst ein Poster mit rechteckiger Form und  $50 \text{ cm}^2$  bedrucktem Inhalt. Die Ränder haben oben und

unten jeweils eine Breite von 4 cm und an den Seiten jeweils 2 cm.

Welche Seitenlänge geben dem Poster die minimale Gesamtgröße? (L:  $a = 5$ ;  $b = 10$ )

2. Geg.  $f_t(x) = \frac{4}{x} - \frac{4t}{x^2}$  ( $t > 0$ )

2.1 Untersuche die Funktionenschar auf Nullstellen, Extrempunkte, Art der Extrema, Wendepunkte sowie Asymptoten! (L:  $x_0=t$ ;  $H(2t/t^1)$ ;  $W(3t/8/9t)$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ )

2.2 Die Koordinatenachsen und die Parallelen zu diesen durch den lok. Maximumpunkt von  $f_t$  bilden ein Rechteck. Für welches  $t$  wird sein Umfang minimal? Gib die Seitenlängen des

Rechtecks an! (L:  $t = \frac{\sqrt{2}}{2}$  .....)

3. Der Querschnitt eines Kanals ist ein Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis. Wähle die Maße des Rechtecks so, dass sein Inhalt bei gegebenem Umfang möglichst groß wird. (Auf den Nachweis wird verzichtet)

$$(L: A(a) = \frac{a \cdot u}{2} - \frac{a^2}{2} - \frac{\pi \cdot a^2}{8}; \quad a = \frac{u}{2\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{2u}{4 + \pi}; \quad b = \frac{2u}{4 + \pi})$$

4. Die Verbindungsgeraden der beiden Maximumpunkte der Funktion  $f$

mit  $f(x) = -\frac{1}{9}x^4 + \frac{8}{3}x^2$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt  $S$ . Die beiden Kurvenpunkte

$P_1(x/f(x))$  und  $P_2(-x/f(-x))$  mit  $0 < x < 2\sqrt{3}$  sowie der Punkt  $S$  sind Eckpunkte eines Dreiecks  $P_1P_2S$ . Für welchen Wert von  $x$  wird der Flächeninhalt maximal?

Gib den max. Inhalt an! (L:  $x = 1,549\dots$   $A_{\max} = 15,86$ )

5. Welche Gerade durch  $P(2/1)$  begrenzt mit den positiven Koordinatenachsen

(a) ein Dreieck mit minimalem Flächeninhalt

(b) ein Dreieck, das bei Rotation um die  $x$ -Achse einen Kegel mit minimalem Volumen erzeugt?

(L: (a)  $y = -0,5x + 2$   $A_{\min} = 4$ ; (b)  $y = -0,25x + 1,5$   $V_{\min} = 4,5\pi$ )